EC2412
CONVERSION ANALOGICA DIGITAL

Problema 1:

Una señal x(t)=ACos(8000πt+Φ) con Φ uniformemente distribuida entre [−π,π], es muestreada a través de un tren de pulsos de 12Khz de frecuencia fundamental; posteriormente se cuantifica uniformemente empleando 256 niveles de cuantificación; finalmente es codificada en RZ polar

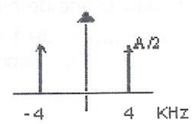
$G(f)=\dfrac{B^2 t_b}{4}Sinc^2\dfrac{f t_b}{2}$ y enviada hacia el canal.

a) Dibuje la forma del espectro después del muestreador.
b) Determine la relación señal a ruido a la salida del cuantificador uniforme.
c) Determine el Ancho de Banda mínimo que debe tener el canal.

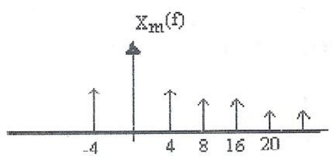
Respuesta:

$2\pi f_c = 8000\pi \Rightarrow f_c = 4\text{kHz}$

a) Dibuje la forma del espectro después del muestreador



Luego del Muestreador:



b) Determine la relación señal a ruido a la salida del cuantificador uniforme.

La relación señal a ruído de cuantificación $\left(S/N\right)_Q$,se puede determinar como(asumiendo M=256 grande):

$\left(S/N\right)_Q = 10\log\left(12\dfrac{\overline{x^2}}{a^2}\right)$, como se debe cumplir que: $Ma = 2A \Rightarrow a = \dfrac{2A}{M} \rightarrow a^2 = \dfrac{4A^2}{M^2}$ y

$$\overline{x^2} = \frac{A^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos^2(8000\pi t+\phi)d\phi = \frac{A^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}\left[1+\cos 2(8000\pi t+\phi)\right]d\phi \Rightarrow \overline{x^2} = \frac{A^2}{2}$$

$$\Rightarrow \left(S/N\right)_Q = 10\log\left(12\frac{A^2/2}{4A^2/M^2}\right) = 10\log\left(\frac{12}{8}M^2\right) = 10\log\left(\frac{3}{2}M^2\right) = 10\log(98304) = 49.93dB$$

b) Determine el Ancho de Banda mínimo que debe tener el canal.

El ancho de banda mínimo (Práctico) debe ser tal que pase el lóbulo principal, como:

$$G(f)=\frac{A^2 t_b}{4}\,\mathrm{Sinc}^2\,\frac{f t_b}{2},\Rightarrow BW=2f_b,$$

$t_s = 1/12\,\mathrm{kHz} \Rightarrow t_b = \frac{t_s}{n} \Rightarrow t_b = \frac{1}{96\mathrm{kHz}} \Rightarrow f_b = 96\mathrm{kHz} \rightarrow BW = 192\mathrm{kHz}$ con n = 8(Número de bits).

Debido a que M = 256 = 2^n

Esto implica n=8

Problema 2:

Se transmiten dígitos binarios equiprobables NRZ bipolar (+0.5A, -0.5A) con una potencia de 1 w, a través de un canal que contamina la señal con ruido gausseano de media cero. El receptor compara con cero voltios y esto arroja una probabilidad de error por símbolo de $1.43\text{x}10^{-8}$. Determine la probabilidad de error por símbolo que se produciría para transmisión NRZ unipolar con la misma potencia que la bipolar y sobre el mismo canal.

Respuesta:

$P(T_1)+P(T_2)=1$ y $P(T_1)=0.5$, $P(T_2)=0.5$

$$P(error)_{NRZbipolar}=P\left(\frac{e}{T_1}\right)P(T_1)+P\left(\frac{e}{T_2}\right)P(T_2)\Rightarrow P(error)=P(0.5A+n<0)0.5+P(-0.5A+n>0)0.5$$

$$P(error)_{NRZbipolar}=0.5P(n<-0.5A)+0.5P(n>0.5A)=Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right)=1.43x10^{-8}\Rightarrow\frac{A}{2\sigma}=5.55$$

Por otro lado $\left(\frac{A}{2}\right)^2\frac{1}{2}+\left(-\frac{A}{2}\right)^2\frac{1}{2}=(B)^2\frac{1}{2}+(0)^2\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{A^2}{4}=\frac{B^2}{2}\Rightarrow A^2=2B^2\Rightarrow B=\frac{A}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow P(error)_{NRZunipolar}=Q\left(\frac{B}{2\sigma}\right)=Q\left(\frac{A/\sqrt{2}}{2\sigma}\right)=Q\left(\frac{11.1\sigma/\sqrt{2}}{2\sigma}\right)=Q\left(\frac{5.55}{\sqrt{2}}\right)\Rightarrow P(error)_{NRZunipolar}=Q(3.9)$$

$\Rightarrow P(error)_{NRZunipolar}=4.81x10^{-5}$ Es mayor que en NRZ bipolar

Problema 3: Una señal de voz de 4KHz de ancho de banda se muestrea, cuantifica y codifica en RZ polar(+1v, -1v) $G_S(f)=K\mathrm{Sinc}^2 f 0.5t_b$

. Esta señal se desea transmitir por un canal de 30 KHz de ancho de banda. Determine el máximo número de niveles de cuantificación que se podrían usar.

Respuesta:

Como se transmite RZ_{Polar} y su densidad espectral es: $G_S(f)=K\mathrm{Sinc}^2 f 0.5t_b$

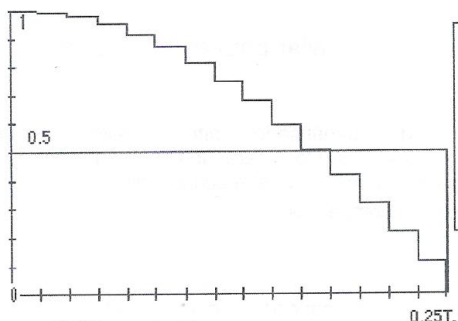
Por lo tanto si se toma como ancho de banda práctico el lóbulo principal del sinc^2 y se iguala al ancho de banda del canal, se obtiene:

$30kHz = 2f_b \Rightarrow f_b = 15kHz \Rightarrow t_b = 1/f_b = 66{,}67\mu S$,

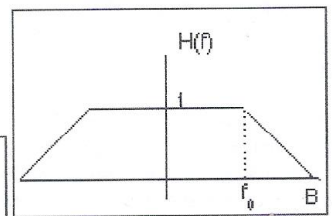
Pero $f_s = 8000Hz \Rightarrow t_s = kt_b \Rightarrow k = 1{,}875$, se debe conseguir un número entero, k=1 y M = 2

Problema 4:

Una señal sinusoidal de frecuencia f_0=30 Hz, es muestreada uniformemente de forma que si se dibuja un cuarto de ciclo de la señal muestreada se observa lo siguiente:



Señal muestreada



Filtro de recuperación

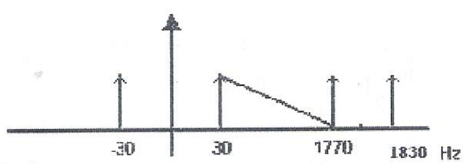
A partir de esta señal se quiere recuperar la señal sinusoidal original usando un filtro cuya respuesta en frecuencia se muestra a la derecha de la figura anterior.

Determine B a fin de que el filtro de recepción sea el más barato posible

Respuesta:

$1ciclo = \frac{1}{30}seg \Rightarrow 60muestras \rightarrow \frac{1}{30}seg \Rightarrow f_s = 1800Hz$ y $\quad f_0$=30Hz$\Rightarrow B = 1800 - 30 = 1770Hz$,

como se puede observar en la siguiente figura: (En realidad debe ser un poco menor que 1770 Hz)



Problema 5

Un mensaje x(t) tiene una función densidad de probabilidad uniforme a trozos.